

Avertissement : les parties qui figurent dans un cadre jaune ne sont pas à copier ; il s'agit de commentaires.

Avertissement : les parties qui figurent dans un cadre vert ne sont pas à copier ; il s'agit du travail à faire au fur et à mesure de la compréhension du cours.

Leçon 18 - Les quadrilatères

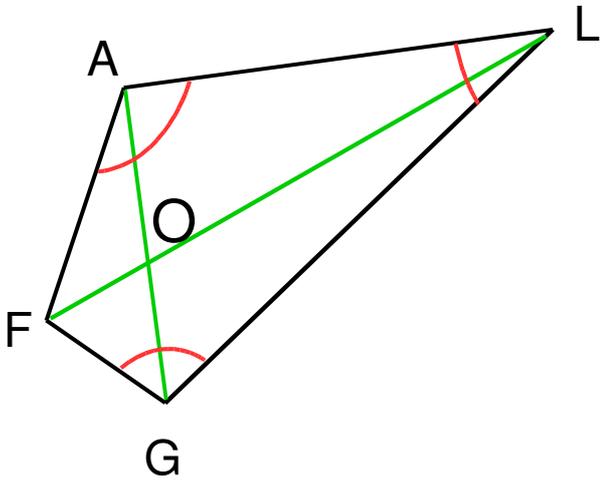
Qu'est-ce qu'un quadrilatère ?

Définition : Un quadrilatère est un polygone ayant quatre côtés.

Remarques :

- les côtés, les sommets ou les angles **opposés** sont ceux qui sont « en face l'un de l'autre »,
- les côtés, les sommets ou les angles **consécutifs** sont ceux qui ne sont pas « en face l'un de l'autre »

Exemple :



Le polygone ALGF est un quadrilatère.

Les segments [AL] ; [LG]; [GF] et [AF] sont les côtés du quadrilatère.

Les points A, F, G et L sont les sommets du quadrilatère.

Les segments [AL] et [FG] sont des côtés opposés.

Les segments [AL] et [AF] sont des côtés consécutifs.

Les segments [AG] et [FL] sont les diagonales du quadrilatère. Elles se coupent au point O qui est le point d'intersection des diagonales.

Les angles \widehat{FAL} et \widehat{ALG} sont des angles consécutifs.

Les angles \widehat{FAL} et \widehat{FGL} sont des angles opposés.

Clique sur le lien suivant pour comprendre : <https://www.youtube.com/watch?v=Bex0f9SRZLA>

Quadrilatères particuliers



Certains quadrilatères sont particuliers. (Tu en connais déjà : le carré, le rectangle, etc...)

Ils possèdent des particularités (comme des angles droits, des côtés parallèles ou des mesures égales) qui vont les définir mais aussi des propriétés qui vont être communes à chacun des quadrilatères particuliers.

C'est l'objectif de cette leçon. Bien connaître les définitions et les propriétés de chaque quadrilatères particuliers, ce qui va nous permettre de savoir les construire en vraie grandeur comme on le faisait avec les triangles.

Les huit noms d'un quadrilatère

Pour donner **le nom d'un quadrilatère**, il faut donner le nom des quatre sommets **en tournant autour du quadrilatère dans un sens ou dans l'autre**. Puisqu'on peut commencer par celui des quatre sommets que l'on veut et qu'il y a deux sens possibles, chaque quadrilatère a exactement huit noms possibles !

Voir l'animation : https://www.youtube.com/watch?v=MPmdkUp_mdY

Par exemple : Les huit noms du quadrilatère de l'exemple ci-dessus sont : ALGF, LGFA, GFAL, FALG, FGLA, AFGL, LAFG, GLAF. En revanche, par exemple, FGAL ne convient pas car dans cet ordre, on « ne tourne pas autour ».

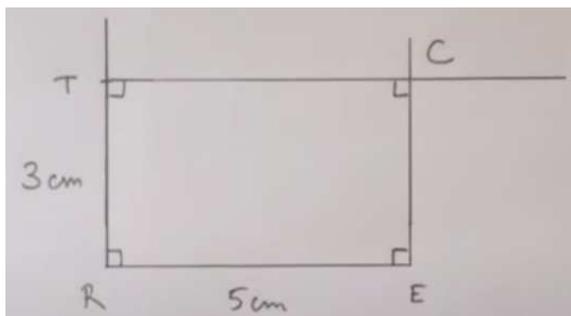
STOP - Exercice à faire sur le cahier d'exercice : Exercice 1 de la feuille d'exercices 33
La correction sera disponible prochainement.

Le rectangle

Définition : Un rectangle est un quadrilatère ayant 4 angles droits.

Exemple de construction d'un rectangle :

TREC est un rectangle car il a 4 angles droits :



Tracer d'abord une figure à main levée. Commencez par tracer les côtés [RE] et [RT].

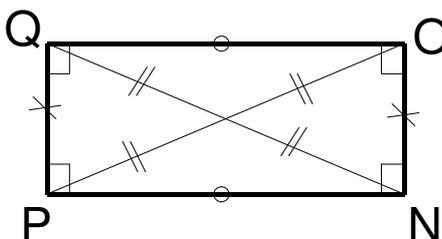
La méthode de construction sur cette vidéo :

<https://www.youtube.com/watch?v=8G3LuAAMyFU&t=4s>

Propriété :

- Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses côtés opposés sont parallèles
- Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses côtés opposés sont de la même longueur.
- Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses diagonales sont de la même longueur.
- Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

Codages résumant les propriétés :



Voir l'animation : <https://www.geogebra.org/m/pak3zr2p>

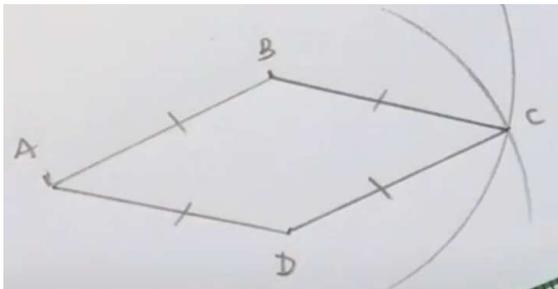
STOP - Exercice à faire sur le cahier d'exercice : Exercice 2 de la feuille d'exercices 33
Aide : commencez par une figure à main levée au brouillon !
La correction sera disponible prochainement.

Le losange

Définition: Un losange est un quadrilatère ayant les 4 côtés de la même longueur.

Exemple de construction d'un losange :

ABCD est un losange car il a 4 côtés de la même longueur :



Construire un losange ABCD dont les côtés mesurent 3 cm. Tracer d'abord une figure à main levée. Il faudra utiliser le compas

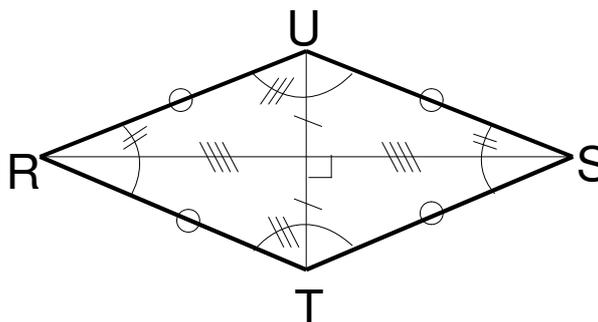
La méthode de construction sur cette vidéo :

<https://www.youtube.com/watch?v=CAH6tPFX52w>

Propriété :

- Si un quadrilatère est un losange, alors ses côtés opposés sont parallèles
- Si un quadrilatère est un losange, alors ses angles opposés sont de la même mesure.
- Si un quadrilatère est un losange, alors ses diagonales sont perpendiculaires.
- Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

Codages résumant les propriétés :



Voir l'animation : <https://www.geogebra.org/m/hahwwt9v>

STOP - Exercice à faire sur le cahier d'exercice : Exercice 3 de la feuille d'exercices 33

Aide : commence par une figure à main levée au brouillon et utilise les propriétés pour t'aider à faire la construction !

La correction sera disponible prochainement.

Le carré

Définition: Un carré est un quadrilatère ayant 4 angles droits et les 4 côtés de la même longueur.

Remarque : Un carré est donc un quadrilatère qui est à la fois un rectangle et un losange !

Le carré est en fait un rectangle particulier.

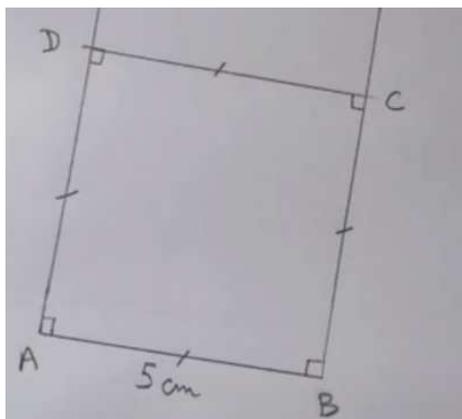
Le carré est également un losange particulier.

Mais attention ! Un losange n'est pas forcément un carré et un rectangle n'est pas forcément un carré.

ATTENTION

Exemple de construction d'un carré :

ABCD est un carré car il a 4 angles droits et 4 côtés de la même longueur :



Construire un carré ABCD tel que $AB = 5 \text{ cm}$.

Tracer d'abord une figure à main levée.

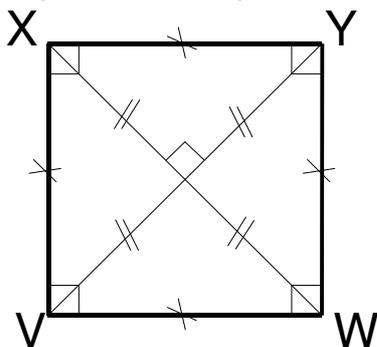
La méthode de construction sur cette vidéo :

<https://www.youtube.com/watch?v=ESpytnoGK-A>

Remarque : Puisqu'un carré est un rectangle particulier mais aussi un losange particulier, il a toutes les propriétés du losange et du rectangle ! Notamment les propriétés souvent utiles suivantes :

Propriétés sur les diagonales :

- Si un quadrilatère est un carré, alors ses diagonales sont de même longueur.
- Si un quadrilatère est un carré, alors ses diagonales sont perpendiculaires.
- Si un quadrilatère est un carré, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.



Codages résumant les propriétés :

Voir l'animation : <https://www.geogebra.org/m/sje2aw49>

Résumé des propriétés de ces quadrilatères particuliers :

Pour finir :

Imprimez (ou recopiez) et collez la carte mentale suivante qui résume les propriétés des quadrilatères étudiés :

http://www.mathactiv.com/wp-content/uploads/2020/05/C18_6e_1920-Carte-mentale.pdf

STOP - Exercice à faire sur le cahier d'exercice : Exercices 4,5 et 6 de la feuille d'exercices 33.

Aide : commence par une figure à main levée au brouillon et utilise les propriétés pour t'aider à faire la construction !

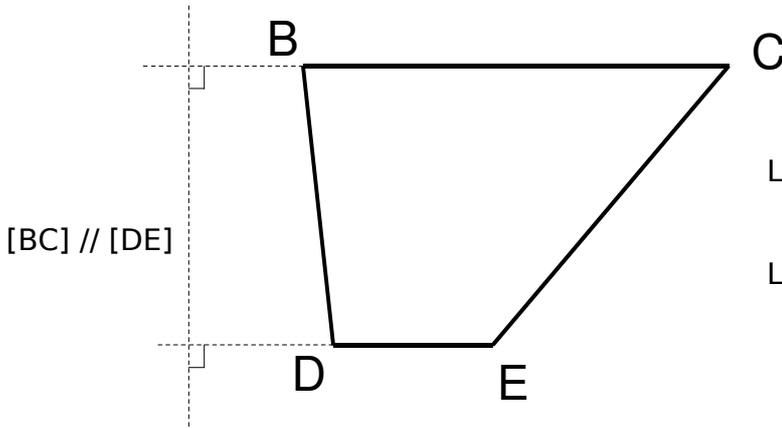
La correction sera disponible prochainement.

FIN DE LA LEÇON

La suite est facultative et n'est pas à recopier dans le cahier de leçons ni à apprendre, mais il est intéressant de connaître d'autres quadrilatères particuliers. Vous pouvez tout de même en prendre connaissance.

Le trapèze :

Définition : Un trapèze est un quadrilatère ayant deux côtés opposés parallèles.

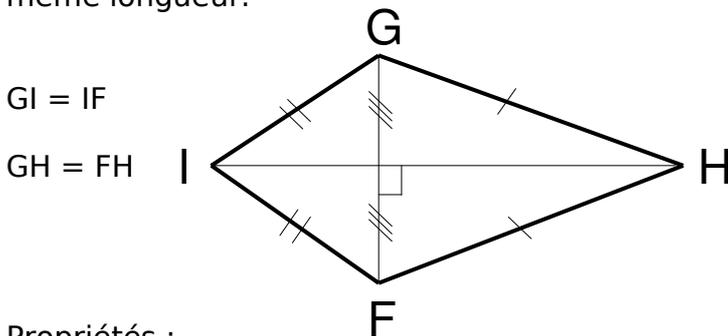


Les côtés opposés [BC] et [DE] sont parallèles.

Le quadrilatère BCED est donc un trapèze.

Le cerf-volant :

Définition : Un cerf-volant est un quadrilatère ayant deux paires de côtés consécutifs de la même longueur.



$GI = IF$

$GH = FH$

Les côtés consécutifs [GI] et [IF] ont la même longueur, les côtés consécutifs [GH] et [FH] ont la même longueur.

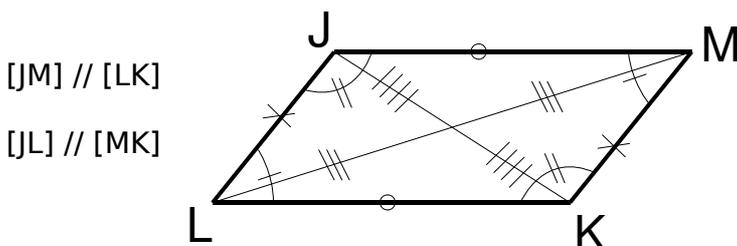
Le quadrilatère GHFI est donc un cerf-volant.

Propriétés :

- Ses diagonales sont perpendiculaires.
- Une des diagonales coupe l'autre en son milieu.

Le parallélogramme :

Définition : Un parallélogramme est un quadrilatère ayant les côtés opposés parallèles.



$[JM] // [LK]$

$[JL] // [MK]$

Les côtés opposés [JM] et [LK] sont parallèles, les côtés opposés [JL] et [MK] sont parallèles.

Le quadrilatère JMKL est donc un parallélogramme.

Propriétés :

- Ses diagonales se coupent en leur milieu.
- Les côtés opposés sont de la même longueur.
- Les angles opposés ont la même mesure.